

Prévision et Flou

une très courte promenade dans un monde
foisonnant, complexe et évoluant

Santa-Café 13 avril 2015

Alexandre Makarovitsch

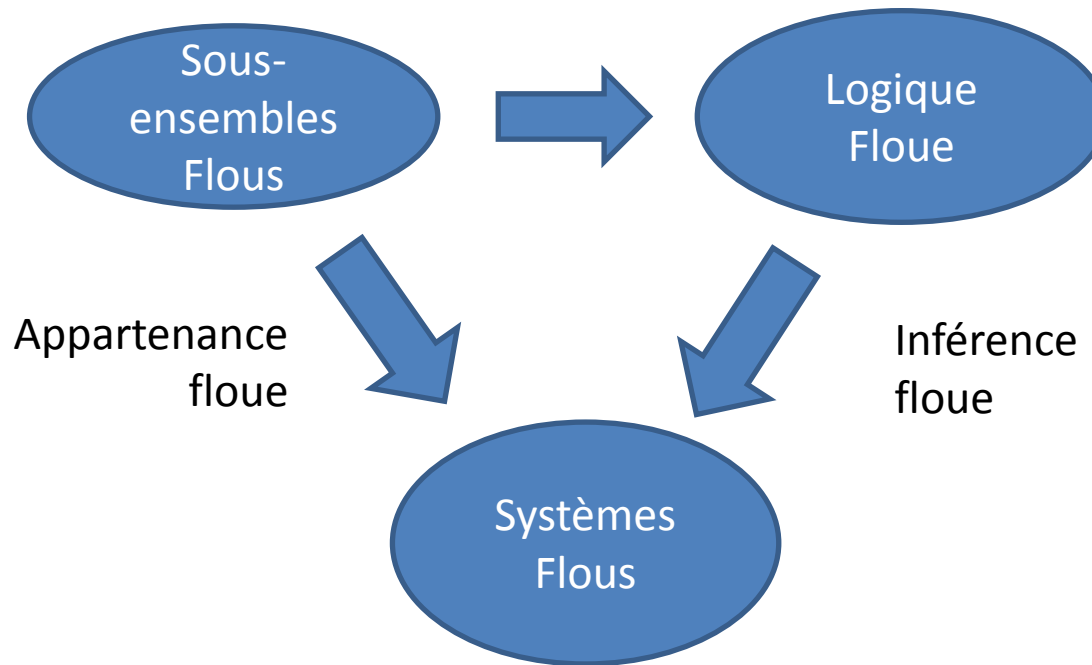
Sommaire

1. Quelques généralités
2. Histoire et positionnement
3. Flou et prévision
4. Des applications du flou pour prévoir, décider
5. Un exemple: prév; risque/crédit
6. Une conclusion provisoire
7. Une courte bibliographie

1. Généralités (1)

Extension de la théorie
des ensembles

Extension de la logique
classique d'Aristote



Des processus qui traitent des
variables linguistiques

1. Généralités (2)

Un sous-ensemble flou implique un référentiel classique E et \tilde{A} y est inclus

$$\tilde{A} \in E$$

Un élément « x » appartient à un ensemble A partiellement, avec une fonction d'appartenance

Un sous-ensemble flou \tilde{A} est un ensemble de couples $\{x | \mu_{\tilde{A}}(x)\}$
 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ prend ses valeurs de façon continue dans l'intervalle [0, 1]

$$\tilde{A} = (x_1, x_2, \dots, x_i, x_j, \dots, x_n)$$

Exemple:



1. Généralités (3)

La logique floue permet de qualifier, en dehors de « vrai » et « faux » des situations intermédiaires
(ex: blanc, noir et tons de gris)

Il est possible de nommer des variables dites « linguistiques » ou « floues »
(ex: petit, moyen, grand; cher, bon marché; jeune , adulte, vieux; etc.)
Et de les traiter avec les opérateurs de la théorie des sous-ensembles flous

On peut donc traiter l'imprécision

Différence fondamentale avec les probabilités, qui traitent des occurrences d'évènements.

Ex: le test du verre



Buvable
avec $\mu=0,9$



Buvable avec
chance de
poison 10%

1. Généralités (4)

Des opérateurs

Ils tiennent compte de la notion d'appartenance et de la fonction correspondante

En théorie des ensembles classiques :

L'union de deux ensembles: A ou B

L'intersection de deux ensembles: A et B

La non-appartenance A et Non-A

En théorie des SEF:

OU (t-conorme) $\gggg \min(\mu_a(x), \mu_b(x))$ soit $(\mu_a(x) \cdot \mu_b(x))$

ET (t-norme) $\gggg \max(\mu_a(x), \mu_b(x))$ soit $1 - (1 - \mu_a(x)) \cdot (1 - \mu_b(x))$

Non est l'ensemble complémentaire $\mu(\text{non } a) = (1 - \mu_a)$

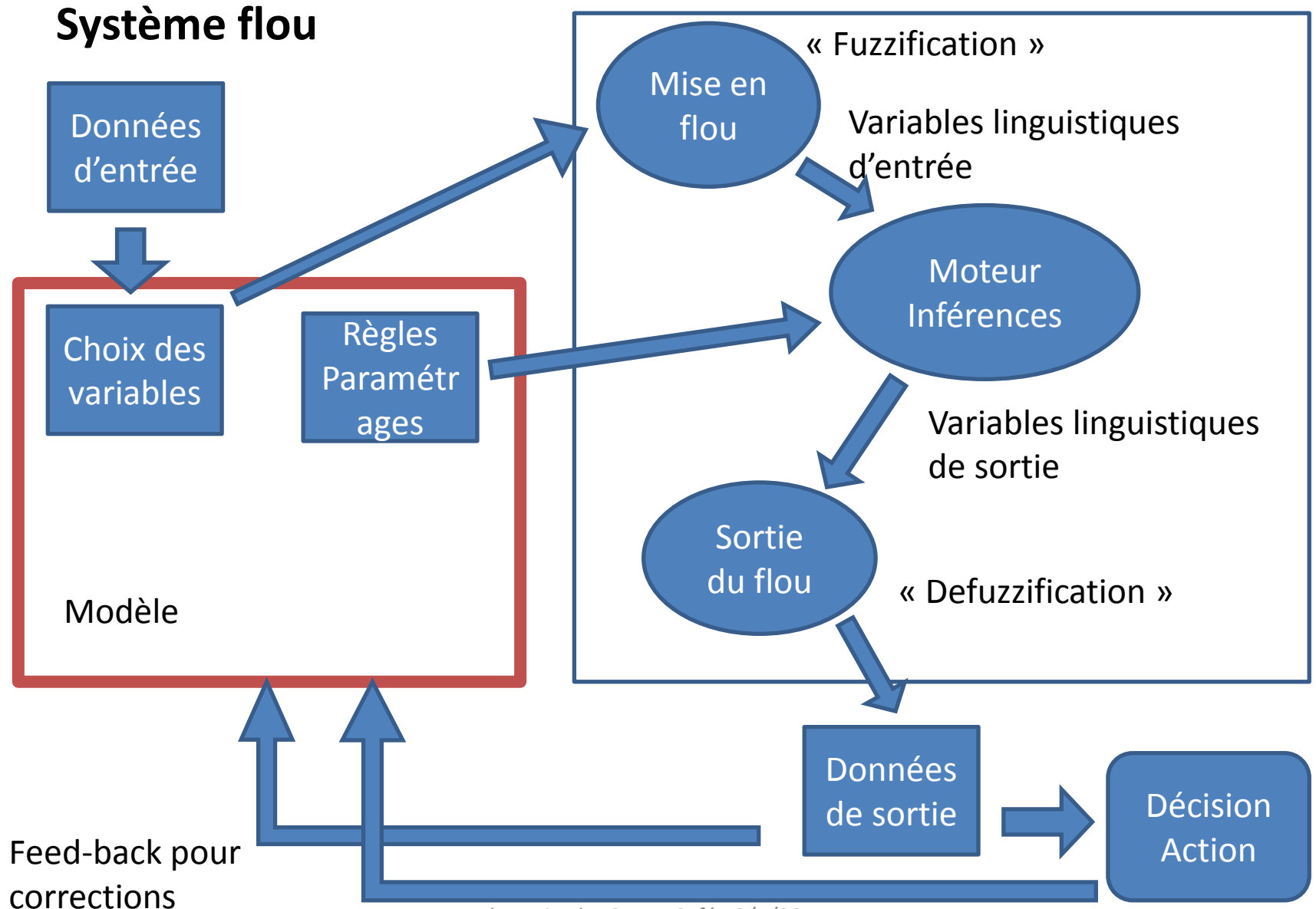
Ces opérateurs servent à construire des règles d'inférence avec les variables linguistiques:

Si $x(\mu_x)$ et $y(\mu_y)$, alors $z(\mu_z)$

Ex: Si vitesse est grande et distance à l'obstacle est faible, alors freiner fort

Il y a de nombreux autres opérateurs que le modélisateur choisira en fonction des problèmes à résoudre

1. Généralités (5)



1.Histoire et positionnement

Observation: la logique d'Aristote modélise très difficilement la réalité, notamment les systèmes complexes avec une importante dimension humaine. Cette observation est ancienne et a fait l'objet de travaux de mathématiciens et de logiciens depuis longtemps:

- B.Russel 1923 - Vagueness
- Black 1927 -Vagueness
- Lukasiewicz et l'école polonaise, Moïsil
- Et en 1965 **Lotfi Zadeh**, considéré comme le père de la logique floue, des sous-ensembles flous, des possibilités

Depuis, la montée en puissance de cette approche, a pris du temps pour arriver dans les groupes de recherche, les industries , les entreprises; la logique classique du tiers exclus, avec une pratique millénaire et très simplificatrice, a eu du mal à faire une place à une démarche nouvelle, qui **implique** aussi **plus de responsabilité** de la part de ceux qui traitent un problème.

3. Flou et prévision (1)

Pratiquement tous les modèles/systèmes, notamment complexes sont faits pour prévoir et/ou agir sur le futur

- prises de décision,
- optimisation,
- guidages,
- contrôles,
- diagnostics,
- distribution,
- action directe,
- créativité,

...

Comme souvent les informations à notre disposition sont incomplètes et imprécises les techniques du flou deviennent un outillage très efficace

3. Flou et prévision (2)

Avantages

- La logique floue permet de faire des raisonnements sur des variables linguistiques, qualitatives (grand, petit, moyen, vieux, riche,...). ce qui permet de manipuler des connaissances en langage naturel
- Cette méthode est très utile lorsqu'on se trouve confronté à des systèmes qui sont pas, ou difficilement modélisables avec les outils classiques.
- Elle est très avantageuse si on peut fournir au système flou un ensemble de règles exprimé en langage naturel pour permettre de raisonner et de tirer des conclusions. Plus l'expertise humaine d'un système est importante et plus on est capable d'ajouter des règles d'inférences au système.
- La logique floue permet de contrôler des systèmes complexes non forcément modélisables, de façon "intuitive".
- La logique floue permet de créer et d'opérer des systèmes de prévision avec un bon niveau d'expertise humaine

3. Flou et prévision (3)

Inconvénients.

- Exprimer ses connaissances sous la forme de règles en langage naturel ne permet pas de prouver que le système aura un comportement optimal.
- Tous les réglages que le programmeur doit entrer dans le système se fait ad-hoc et donc il n'est pas possible de garantir que le système soit stable, précis ou ni même qu'elle ne peut garantir que les règles entrées par le programmeur ne soient pas contradictoire.
- C'est une méthode ad-hoc basée sur le savoir qu'un humain peut acquérir sur un système.
- Les performances sont mesurables seulement a posteriori et ne peuvent être calculées a priori. Les réglages se font par essais/erreurs. Il est impossible de prédire les performances d'un système. Si le réglage des paramètres est fin, les performances seront bonnes,

En logique floue, c'est le concepteur du système qui détermine la qualité du résultat

5. Un exemple

Travail des étudiants de l'IMA –M2 Statistique et Actuariat.
Remerciements aux auteurs et à leur professeur: Jean-Pierre Foll

Attention! L'application qui suit est un travail pour comprendre
une façon d'utiliser le flou dans un système.
Elle n'a pas la prétention d'être exploitable dans le monde réel, qui
nécessiterait plus de variables et plus de données en entrée

Raisonnement par la logique floue appliquée au risque de crédit dans le cadre d'un prêt immobilier

Modélisation de système complexe

Berri Koné , Linda Mbakop, Marie Uzureau

Contexte

- **Risque :**
 - notion d'incertitude,
 - Complexe
 - Dépendant de plusieurs variables
 - Notion importante dans le domaine des bancassurances

Application: Risque de crédit immobilier

- **Variables d'entrées:**
 - L'Age
 - Le revenu
 - Le niveau d'épargne
 - Le niveau d'endettement
- **Variables de sorties:**
 - Le risque de crédit

Application: Risque de crédit immobilier

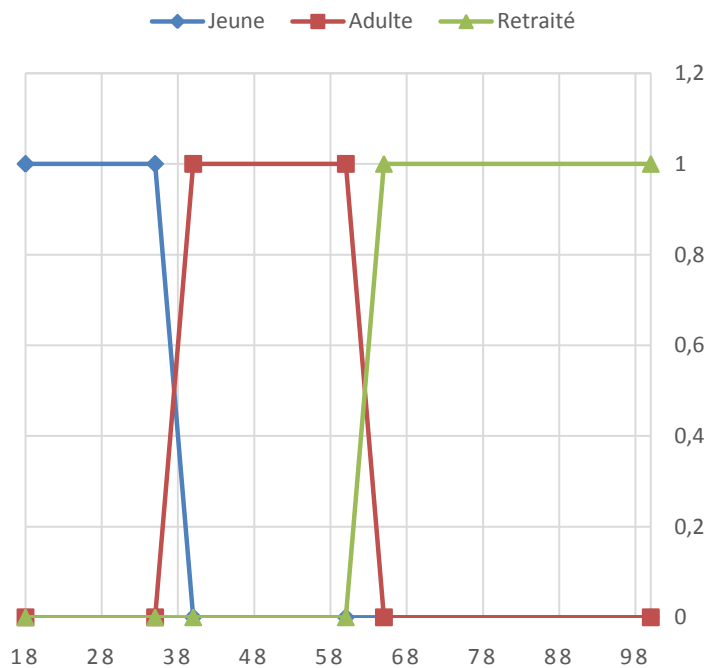
- Fuzzification:**

Variables	Entrées				Sorties
	Age	Revenu	Endettement	Niveau d'épargne	Risque
Ensembles flous	-Jeune [18 ans ; 35 ans]	-Faible [0€ ; 1300€]	-Faible [0€ ; 3000€]	-Faible [0€ ; 15000€]	-Faible [0 ; 15%]
	-Adulte [40 ans ; 60 ans]	-Moyen [1500€ ; 3000€]	-Moyen [5000€ ; 10000€]	-Moyen [17000€ ; 35000€]	-Moyen [30% ; 60%]
	-Senior [65 ans ; 100 ans]	-Elevé [5000€ ; 100000€]	-Elevé [15000€ ; 100000€]	-Elevé [45000€ ; 1000000€]	-Elevé [75% ; 100%]
Univers du discours	[18 ans ; 100 ans]	[0 ; 1 000 000€]	[0 ; 1 000 000€]	[0 ; 1 000 000€]	[0 ; 100%]

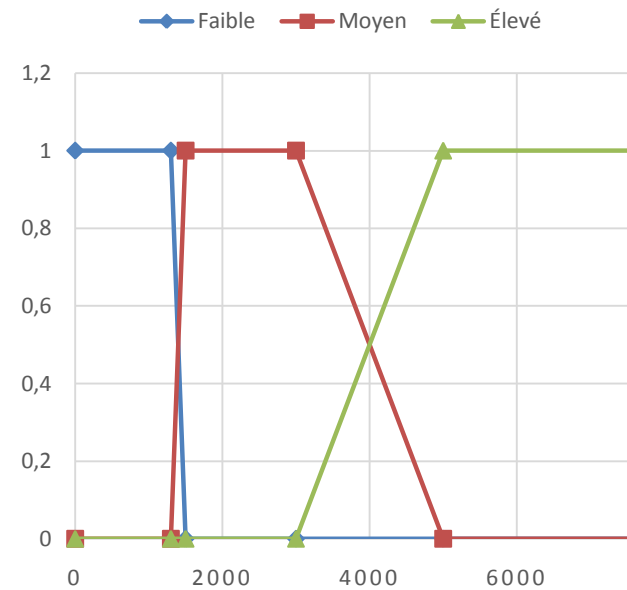
Application: Risque de crédit immobilier

- **Fuzzification:**

FONCTION D'APPARTENANCE DE L'ÂGE



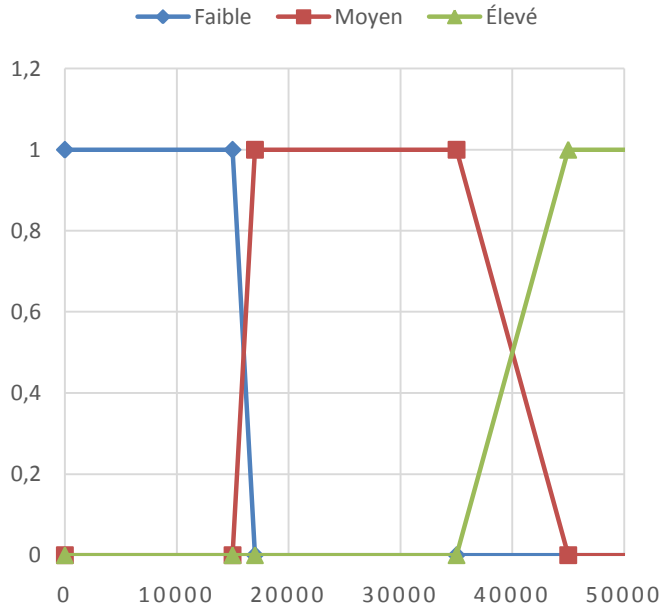
FONCTION D'APPARTENANCE DU REVENU



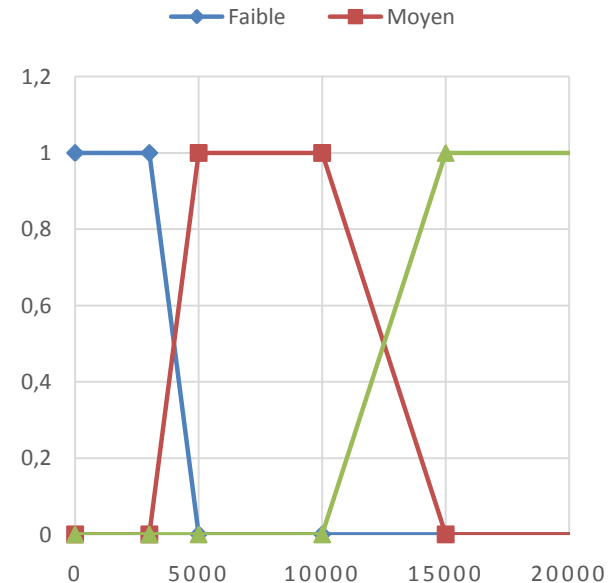
Application: Risque de crédit immobilier

- Fuzzification:**

FONCTION D'APPARTENANCE DE L'ÉPARGNE

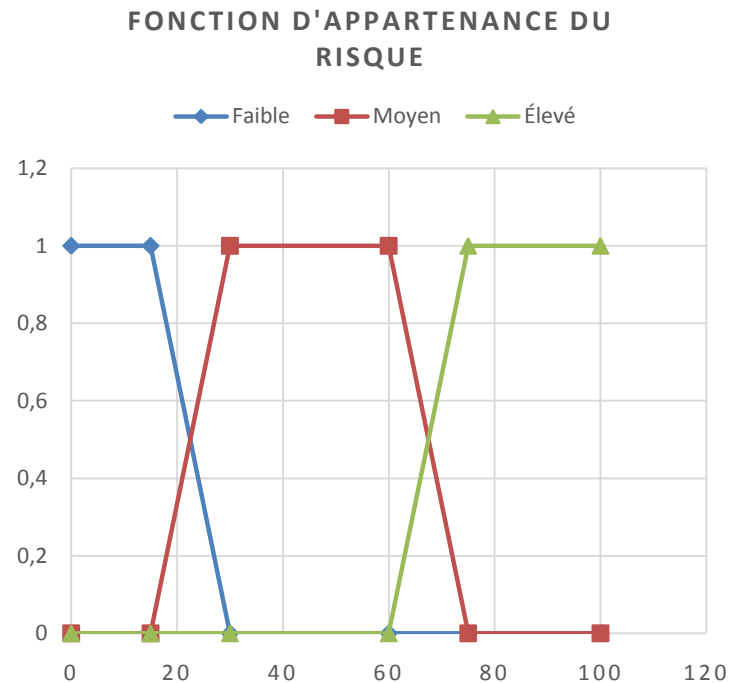


FONCTION D'APPARTENANCE DE L'ENDETTEMENT



Application: Risque de crédit immobilier

- **Fuzzification:**



Application: Risque de crédit immobilier

Matrice de décision partielle

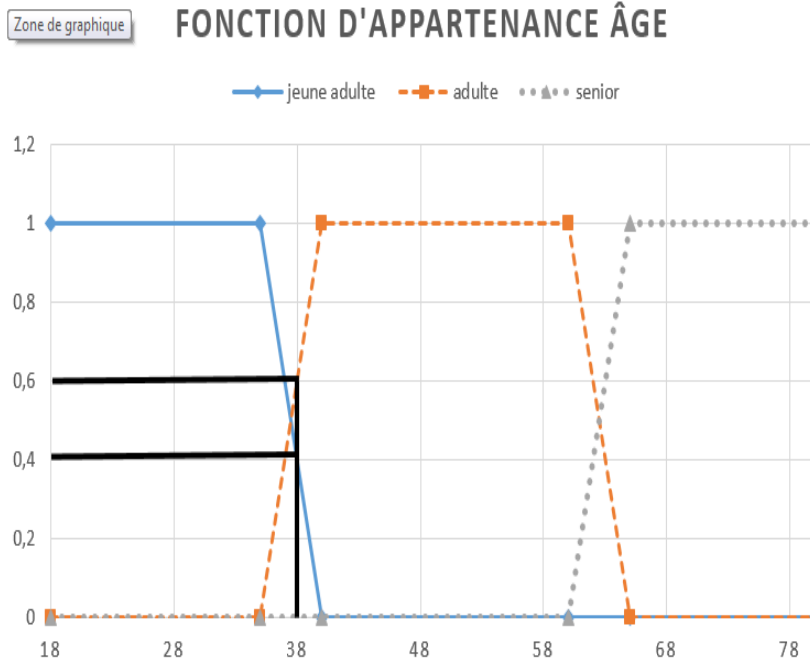
- L'inférence floue:

Risque		Revenu									
		Faible			Moyen			élevé			
Age	Endettement	Jeune	Adulte	Senior	Jeune	Adulte	Senior	Jeune	Adulte	Senior	
		Niveau d'épargne	faible	Faible	+++	+++	+++	++	++	+++	+
Moyen	+++			+++	+++	+++	+++	+++	++	++	++
Elevé	+++			+++	+++	+++	+++	+++	++	++	+++

Application: Risque de crédit immobilier

- **L'inférence floue:**

L'exemple d'un individu de 38 ans avec un revenu mensuel de 1300€, avec 7000€ d'épargne avec 4000€ de dettes

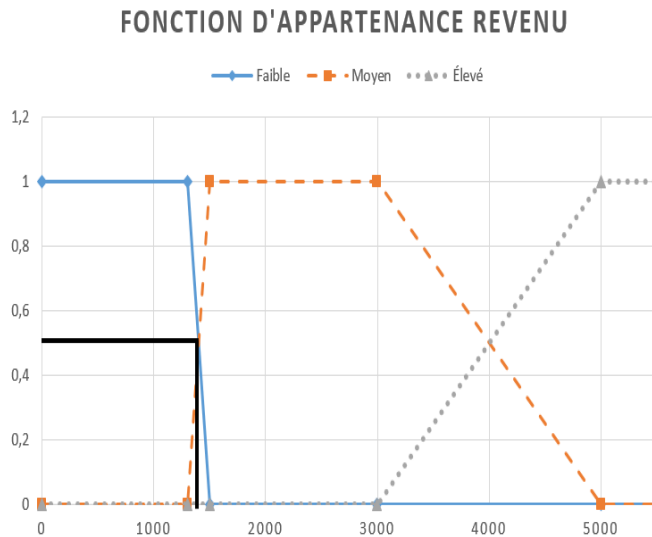


40% jeune

60% Adulte

Application: Risque de crédit immobilier

- L'inférence floue:



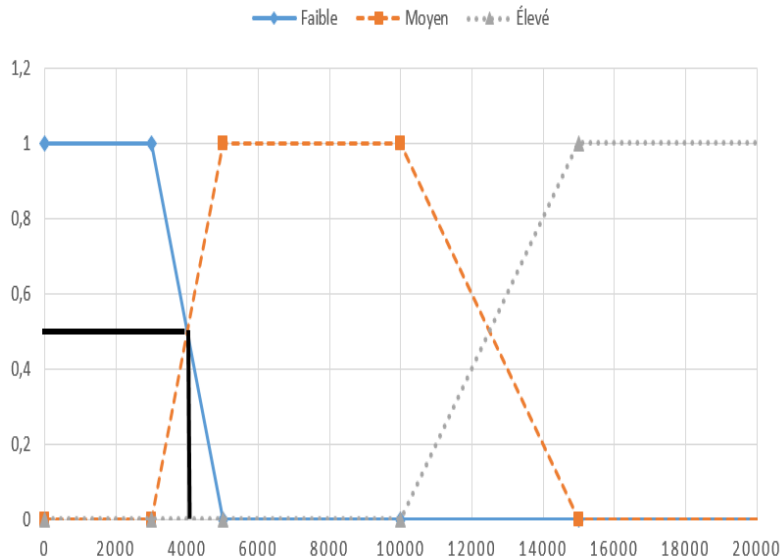
50% Faible

50% Moyen

Application: Risque de crédit immobilier

- **L'inférence floue:**

FONCTION D'APPARTENANCE DE
L'ENDETTEMENT



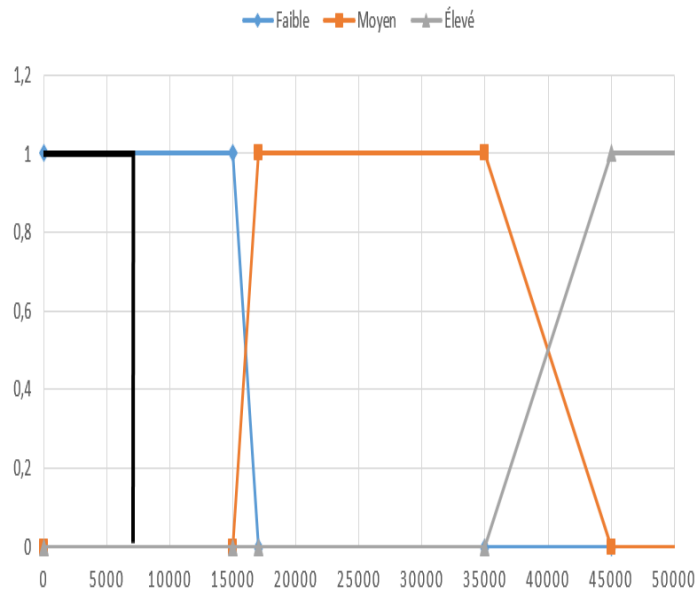
50% Faible

50% Moyen

Application: Risque de crédit immobilier

- **L'inférence floue:**

FONCTION D'APPARTENANCE DE L'ÉPARGNE



100% Faible

Application: Risque de crédit immobilier

- L'inférence floue:
 - Règles de décisions

Règles	Age	ET	Revenu	ET	Epargne	ET	Endettement	ALORS	Risque
R1	Jeune	ET	Faible	ET	Faible	ET	Faible	ALORS	Élevé
R2	Jeune	ET	Faible	ET	Faible	ET	Moyen	ALORS	Élevé
R3	Jeune	ET	Moyen	ET	Faible	ET	Faible	ALORS	Moyen
R4	Jeune	ET	Moyen	ET	Faible	ET	Moyen	ALORS	Élevé
R5	Adulte	ET	Faible	ET	Faible	ET	Faible	ALORS	Élevé
R6	Adulte	ET	Faible	ET	Faible	ET	Moyen	ALORS	Élevé
R7	Adulte	ET	Moyen	ET	Faible	ET	Faible	ALORS	Moyen
R8	Adulte	ET	Moyen	ET	Faible	ET	Moyen	ALORS	Élevé

Application: Risque de crédit immobilier

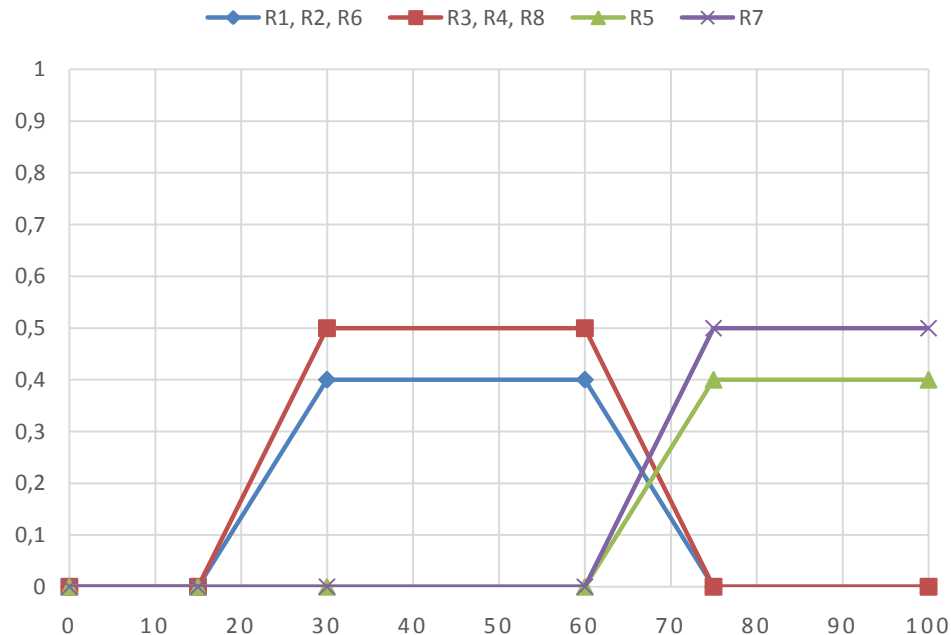
- L'inférence floue:
 - Activation des règles

Règles	Age	MIN	Revenu	MIN	Epargne	MIN	Endettement	Degré d'activation	Risque
R1	0.4	MIN	0.5	MIN	1	MIN	0.5	0.4	Élevé
R2	0.4	MIN	0.5	MIN	1	MIN	0.5	0.4	Élevé
R3	0.4	MIN	0.5	MIN	1	MIN	0.5	0.4	Moyen
R4	0.4	MIN	0.5	MIN	1	MIN	0.5	0.4	Élevé
R5	0.6	MIN	0.5	MIN	1	MIN	0.5	0.5	Élevé
R6	0.6	MIN	0.5	MIN	1	MIN	0.5	0.5	Élevé
R7	0.6	MIN	0.5	MIN	1	MIN	0.5	0.5	Moyen
R8	0.6	MIN	0.5	MIN	1	MIN	0.5	0.5	Élevé

Application: Risque de crédit immobilier

- L'inférence floue:
 - Conclusion: **Méthode de LARSEN**

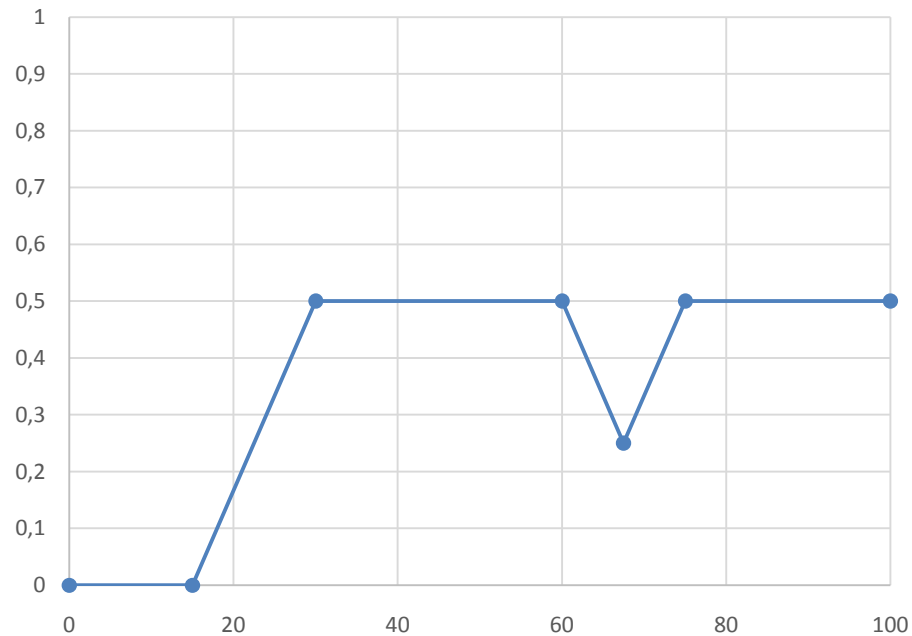
FONCTION D'APPARTENANCE DES CONCLUSIONS DE
L'ENSEMBLE DES RÈGLES DE DÉCISIONS SELON
LARSEN



Application: Risque de crédit immobilier

- L'inférence floue:
 - Agrégation

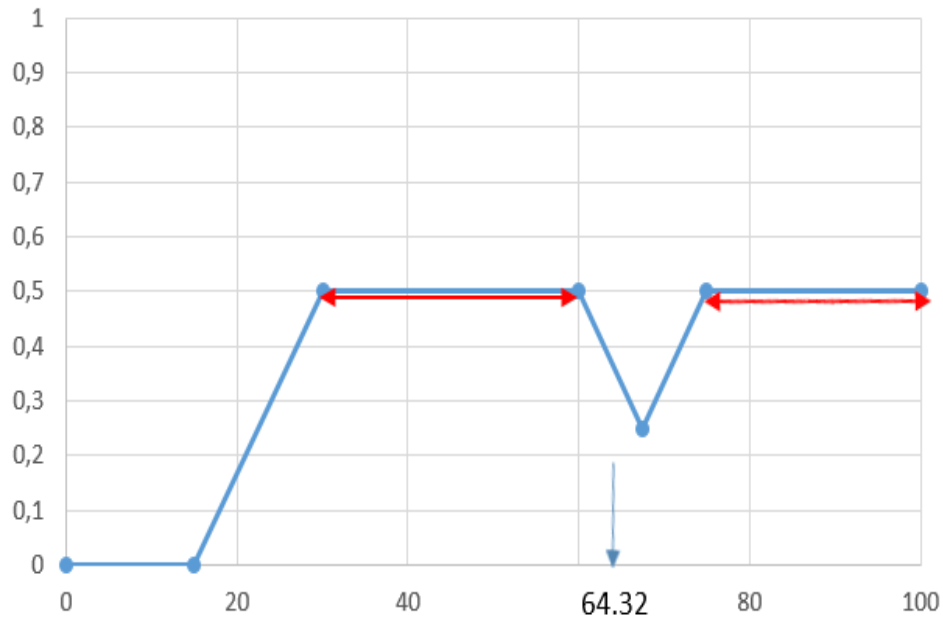
Fonction d'appartenance de la conclusion de Larsen



Application: Risque de crédit immobilier

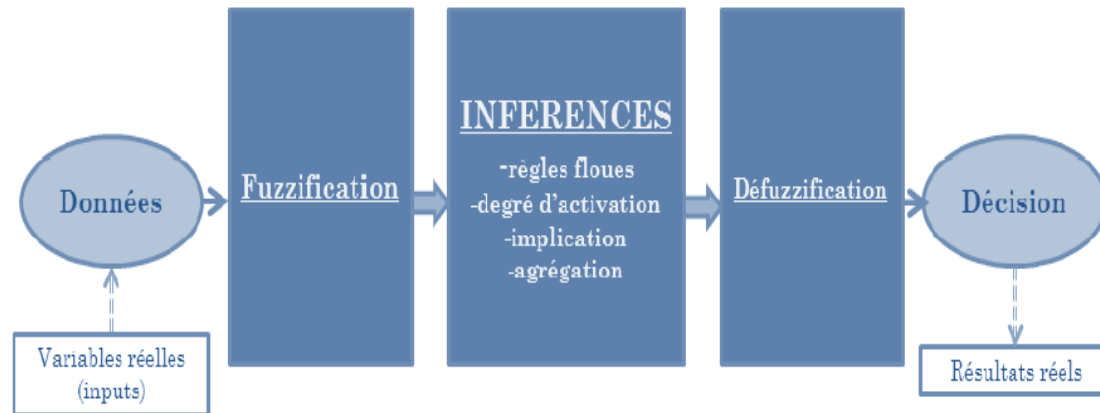
- La défuzzification:
 - Agrégation

Fonction d'appartenance de la conclusion de Larsen



Application: Risque de crédit immobilier

- Bilan



5. Les applications

- Des domaines nombreux et variés, tous liés plus ou moins directement à la prévision
 - La technologie (comme dans le cas de l'IA ou des algorithmes génétiques) est incluse dans les applications et pas directement visible
 - La démarche est aussi rentrée dans le domaine des technologies mobiles
-
- Robotique**: planification de trajectoire, programmation d'électronique ménagère, freinage, reconnaissance de formes,...
 - Médecine**: aide au diagnostic, guidage de systèmes chirurgicaux, dosages de médicaments, médication,...
 - Transport**: gestion des feux de circulation, optimisation des trajets, contrôle aérien, ticketing
 - Industrie**: optimisation de processus, aide à la décision/organisation/innovation,...
 - Assurances et Finance** :(préventions des risques, aide à la décision)
 - Environnement**: météo, management de déchets,...
 - Automatique/contrôle**: commande et régulation floue, guidage,...
 - Traitement du signal**: fusion de données, classification, recherche d'information,...
 - Traitement de l'image**: atténuation du bruit d'une image, focalisation,...

6. Une sorte de conclusion

- Il aura fallu plus de 30 ans pour que le flou s'impose comme méthode de travail indispensable dans la modélisation des systèmes complexes, notamment ceux où l'intervention humaine est importante.

Nous sommes fortement tributaires de notre éducation

- Il s'agit d'essayer de prévoir moins mal.
C'est ce que le flou permet de faire

- Les modèles de systèmes complexes utilisant le flou sont plus efficaces car plus proches de la compréhension et de la communication humaine
Plus proches du langage humain

- Les progrès dans le domaine de l'utilisation du flou sont spectaculaires
Depuis 1965 des dizaines de milliers de pages ont été produites et des milliers d'applications

Ceux intéressés par ce domaine peuvent très facilement obtenir de l'information pour comprendre et aussi pour faire

7. Micro-bibliographie

Internet

Wikipedia >> « fuzzy sets », « fuzzy systems », « ensembles flous », « systèmes flous »
White paper « Logique floue et systèmes d'inference floue – Z.Zalila –www.Xtractis.fr
www.ferdinandpiette.com

...

Articles et livres

«Fuzzy sets & systems » LotfiZadeh – Communication & Control 8 , 1965
« Fuzzy systems » T.Munakata & all – Communications of the ACM March 1994
« La logique floue » B. Bouchon-Meunier – Que sais-je1993
« Fuzzy sets and fuzzy logic » G.J.Klir/Bo Yuan –Prentice Hall 1995

...

Il y a des milliers d'ouvrages sur le domaine