

PREDICTIONS ET THEORIE DE L' UTILITE

UN REVE ? PREVOIR LE COMPORTEMENT HUMAIN

C'est Lui qui détient les clefs de l'Inconnaissable. Nul autre que Lui ne les connaît. Et Il connaît ce qui est dans la terre ferme, comme dans la mer. Et pas une feuille ne tombe qu'Il ne le sache. Et pas une graine dans les ténèbres de la terre, rien de frais ou de sec, qui ne soit consigné dans un livre explicite.

Coran les bestiaux sourate 59

Nous sommes libres de changer le monde et d'y introduire de la nouveauté. Sans cette liberté mentale de reconnaître ou de nier l'existence. Il n'y aurait aucune possibilité d'action”

Hannah Arendt

Big data : **l'Homme n'est pas une machine**

[DAVE MARTIN](#) / SENIOR SCIENTIST AU XRCE

LES PREVISIONS ET LES SCIENCES DURES

COMMENT ABORDER UN CAS EXEMPLE :LA COURSE AUX ARMEMENTS

Deux pays sont en compétition .

La construction d'un modèle mathématique passe généralement par 4 étapes

- **Des variables doivent être définies.** Elles prendront différentes valeurs lors de l'examen du processus. La dépense en armement et le temps.
- **Des relations entre les variables seront définies** et exprimées sous forme d'équations. Dans notre cas le taux de dépense d'un pays dépend de la dépense de l'autre pays.
- **Les équations sont résolues.** D'autres relations peuvent être tirées conséquence des hypothèses.
- **Les résultats sont interprétés.**

LES PREVISIONS ET LES SCIENCES DURES

LA COURSE AUX ARMEMENTS

x et y sont les dépenses en armement des deux pays.

Le taux de croissance des dépenses d'un pays est proportionnel à la dépense de l'autre:

$$dx/dt = ay$$

$$dy/dt = bx$$

a et b des paramètres

Mais il y a des limites dues aux contraintes budgétaires:

$$dx/dt = ay - mx$$

$$dy/dt = bx - ny$$

m et n des paramètres

Mais il y a une correction due au niveau perçu de la menace (griefs ou bonne volonté):

$$dx/dt = ay - mx + g$$

$$dy/dt = bx - ny + h$$

g et h des paramètres

LES PREVISIONS ET LES SCIENCES DURES

LA COURSE AUX ARMEMENTS

Si on peut faire une estimation des valeurs des a , b , m , n , g et h on peut essayer de résoudre ce système d'équations différentielles et faire une comparaison avec ce qui se produit réellement.

Mais si on ne peut pas résoudre ces équations on peut tirer néanmoins des conclusions intéressantes

LA QUESTION DE LA STABILITÉ

La stabilité intervient quand le taux de croissance de la dépense est égal à 0. C'est l'équilibre de la puissance : la **DISSUASION EN ANGLAIS DETERRANCE**.

$$ay - mx + g = 0$$

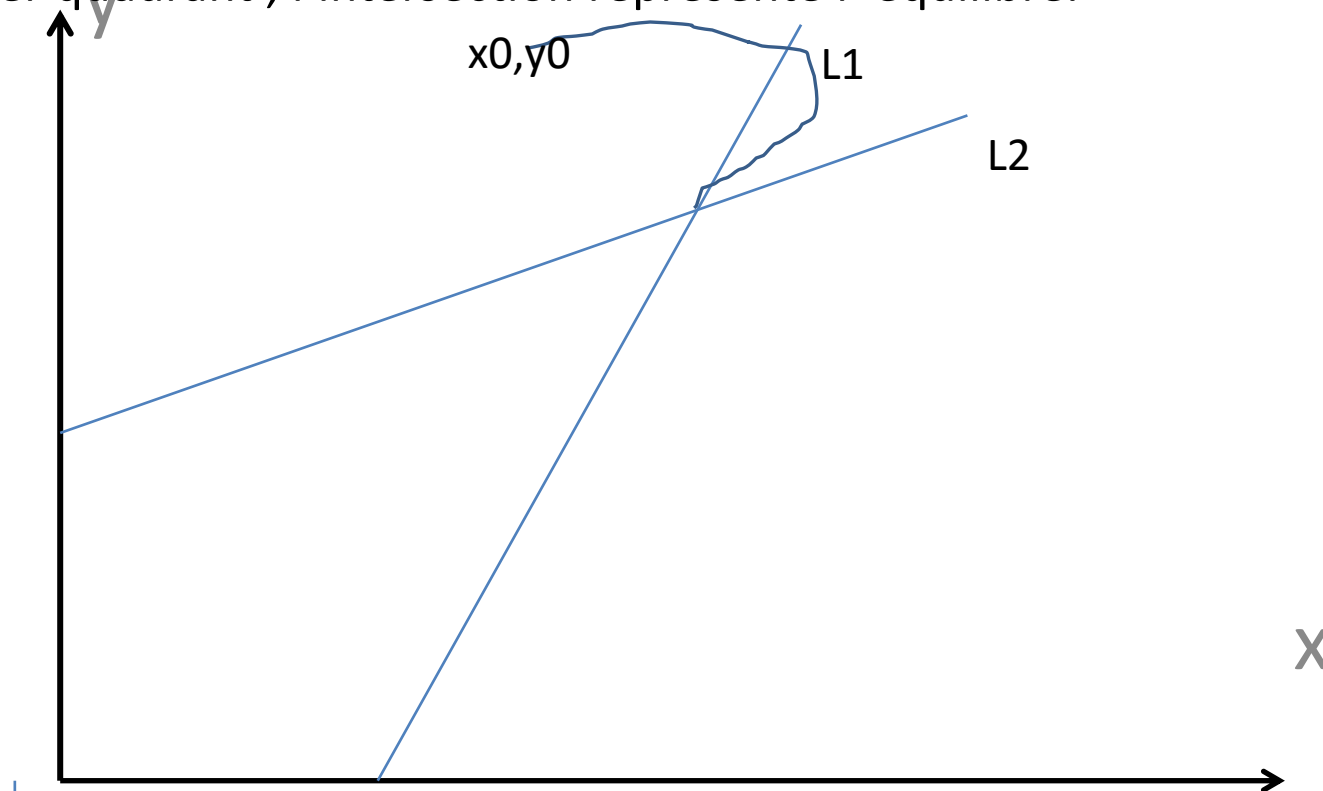
$$bx - ny + h = 0$$

On ne peut pas résoudre ces équations, mais on veut connaître à quelles conditions l'équilibre est stable.

On peut s'aider d'un raisonnement graphique

LES PREVISIONS ET LES SCIENCES DURES

LA QUESTION DE LA STABILITE En supposant les paramètres positifs, on peut toujours tracer deux droites dans le premier quadrant ; l'intersection représente l'équilibre.



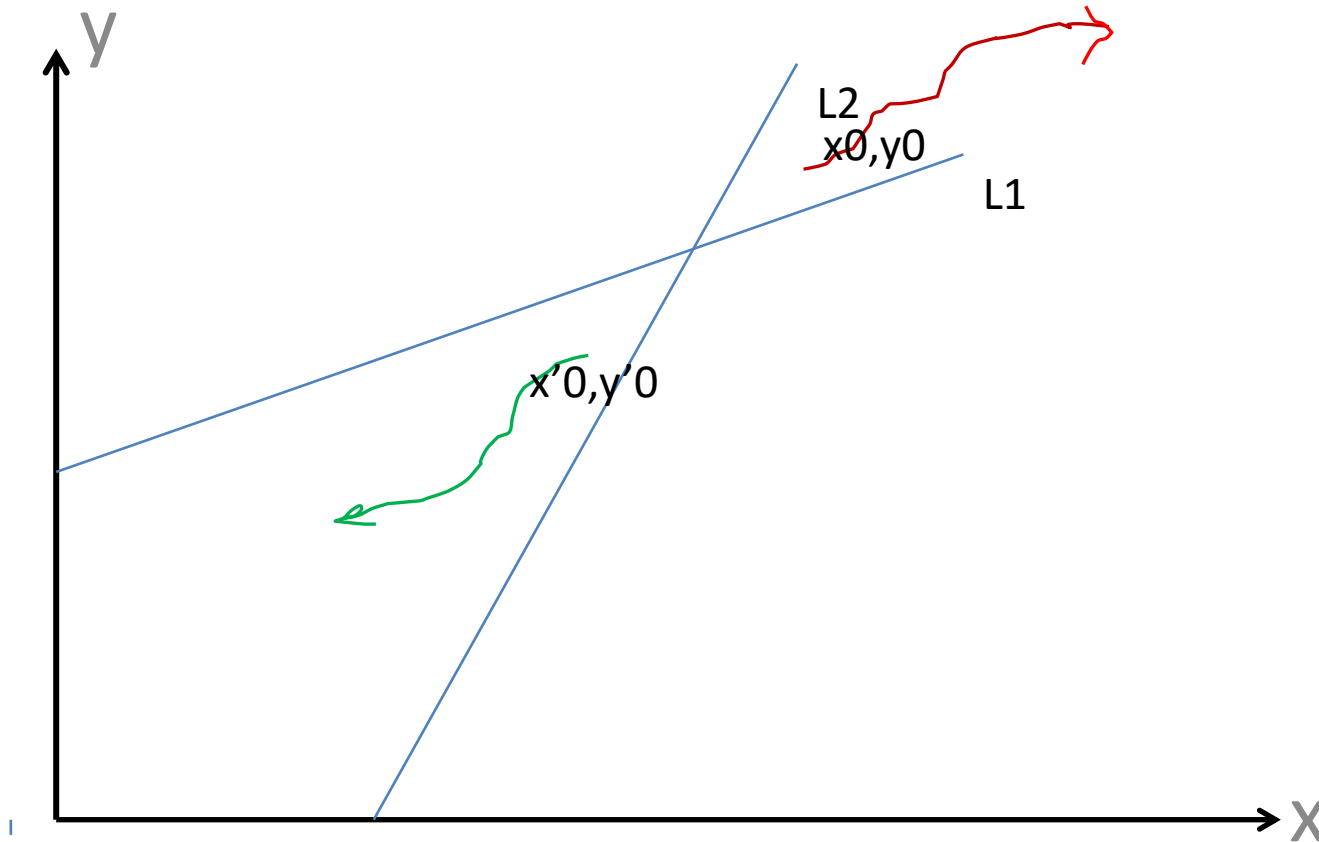
Cas d'un équilibre stable de l'équilibre de puissance

Si l'équilibre est en x_0, y_0 une correction s' s'établira pour ramener ce point sur l'intersection des droites à taux de croissance nul

LES PREVISIONS ET LES SCIENCES DURES

CAS D'UN EQUILIBRE INSTABLE

g et h sont négatifs (il y a une réserve de bonne volonté entre les deux belligérants



Dans ce cas on a soit une course sans fin soit un désarmement total

LES PREVISIONS ET LES SCIENCES DURES

LA COURSE AUX ARMEMENTS

LES ELEMENTS DETERMINANTS SONT LES VALEURS DES PARAMETRES

$a, b, m, n, g,$ et h .

- Cas 1. Si $mn > ab$, $g > 0$, $h > 0$ il y a un équilibre de la puissance.
- Cas 2. Si $mn > ab$, $g < 0$, $h < 0$ il y a un désarmement total.
- Cas 3. Si $mn < ab$, $g > 0$, $h > 0$ il y a une course sans fin
- Cas 4. Si $mn < ab$, $g < 0$, $h < 0$ situation ambiguë, course ou désarmement dépend des conditions initiales.

Si les coefficients $a, b, m,$ et n peuvent être associés à des dépenses en ressources (argent) il n'en n'est pas de même des paramètres g et h représentant le grief ou la bonne volonté – paramètres « émotionnels ».

LES PREVISIONS ET LES SCIENCES DURES

UNE COURSE RELLE AUX ARMEMENTS

L.F. Richardson en 1939 a étudié les « origines » de la guerre 14-18.

Il pose que les opposants sont d'un coté la France et la Russie et de l'autre l'Allemagne et l'Autriche Hongrie.

Il établit des relations mathématiques entre le taux de variation de l'hostilité totale dans le système et l'hostilité totale elle-même en terme de différence entre les dépenses en armements et leur commerce;

$$dz/dt = (a - m) (z - W)$$

$$W = Q - (g + h) / (a - m)$$

z est la dépense totale en armement par an de la France, la Russie, l'Allemagne et l'Autriche Hongrie.

Q est le montant total de commerce entre toutes les paires de belligérants potentiels

g et h sont les termes de griefs (émotionnels).

W est la différence entre coopération totale et les griefs totaux.

L'analyse des dépenses a montré un excès de griefs de £ 5 M . Richardson conclut « and so began an arm race which led to the Great War »

Ceci est bien sur critiquable (théorie, choix des paramètres, des nations ..)

LES PREVISIONS ET LES SCIENCES DURES

LA PSYCHOLOGIE DES FOULES

En 1949 ,Richardson dans « Variation of the frequency of fatal Quarrels with Magnitude » étudie la propagation de la violence dans les foules.

Prenant comme base la propagation des épidémies il aboutit à un système d'équations différentielles faisant intervenir la fonction logistique .

$$f(t) = K \frac{1}{1 + ae^{-rt}}$$

Fonction chaotique ou non suivant les paramètres .

Il faut noter que l'important n'est pas la théorie (mauvaise) , mais l'idée de traiter le problème de la psychologie des foules par les outils mathématiques de la propagation des épidémies. Il est essentiel d' étudier la validité de cette approche et d'en connaître les limitations.

LES PREVISIONS ET LES SCIENCES DURES

COOPERATION ET EXPLOITATION

Dans le partage des taches entre deux partenaires X et Y , Richardson introduit la notion d'utilité (Bernouilli). Il pose que l'utilité est de la forme

$$S_x = \log (1 + p x + q y) - \beta x$$

p et q = % de partage β = correction due aux contraintes .

Cherchant l' équilibre de l'accroissement de l' utilité (déroulement similaire à l' équilibre de la puissance)

Il dégage , un équilibre « social » (Pareto optimum) pour lequel la somme des utilités est maximale.

LA LUTTE POUR LA VIE

L' étude de l'évolution des espèces prenant en compte le biologique et le social a été menée avec des méthodes similaires à la course à la puissance.

On obtient les lignes de « Cournot »

CRITIQUE DE LA « PHYSIQUE SOCIALE »

L'application des méthodes des sciences physiques « dures » à des problèmes sociaux ou comportementaux suppose un déterminisme philosophique, politique

IL EXISTERAIT DES LOIS SUPRANATURELLES QUI RÈGLERAIENT LE SORT DES HOMMES ET DE LA SOCIÉTÉ.

« si on accepte la causalité comme un principe gouvernant tous les événements impliquant matière et énergie , alors cela inclut le déterminisme de tous les événements y compris ceux que nous avons en tête et que nous interprétons suivant notre intime conviction . »

LE DÉTERMINISME DE CES DÉMARCHES DANS LE CORPS SOCIAL (AVEC DES INTERPRÉTATIONS « NAÏVES ») A PERMIS AUX PENSEURS MATÉRIALISTES DE BÂTIR DES THÉORIES POLITIQUES.

Il n'en n'est pas de même pour les sciences sociales basées sur la sociologie qui introduisent les statistiques et raisonne sur les grands nombres, mais

Sciences sociales

- La combinaison de l'enquête statistique et de l'étude de cas est donc particulièrement difficile et risquée dans les sciences de l'homme. Elle y est pourtant indispensable, à la fois parce que les deux démarches se renforcent mutuellement et parce que l'explication des phénomènes la requiert. L'étude statistique n'explique pas comment le plus probable peut ne pas se réaliser, ni comment le moins probable se réalise; mais le raisonnement probabiliste empêche de confondre le vrai et le réel, d'oublier que ce qui s'est réalisé ne fut jamais qu'un possible, plus ou moins probable, parmi d'autres. Les études de cas permettent de reconstituer les processus au terme desquels une possibilité a fini par se réaliser à l'exclusion d'autres possibilités concurrentes. On voit ainsi que les trajectoires sociales ne sont pas des « destins », mais le résultat de la rencontre entre un héritage et un environnement, entre des propriétés sociales (le terrain d'origine et ses modifications successives) et le cours du monde historique (les changements qui affectent le milieu d'origine des enquêtés et les milieux successifs qu'ils traversent), c'est-à-dire entre des séries causales dont l'indépendance ne se laisse pas réduire.
- **Prédiction et rétrodiction** **Claude Grignon**

LA THEORIE DES JEUX

A l'origine issu des jeux de société la théorie des jeux a migré dans de nombreuses sciences du comportement .

Le problème central de la théorie des jeux (d'argent) est de déterminer les cotes des évènements et partant le gain espéré.

Dans une généralisation des jeux , Von Neumann et Morgenstern réintroduisent une valeur « UTILITY » proposée par Bernouilli (1738)

LA THEORIE DE L' UTILITE

LA THEORIE DE L' UTILITE

(Bernoulli 1738)

Origine et développement anglo-saxon, très utilisée aux USA :

- agrégation multicritère conduisant à un critère unique de synthèse
- problème très bien posé : un seul critère numérique à optimiser
- théorie très utile dans l'incertain
- théorie axiomatisée

Idée principale :

- les individus agissent de manière à optimiser leur utilité
- maximisation réalisée plus ou moins inconsciemment

LA THEORIE DE L'UTILITE

MAXIMISATION D'UNE FONCTION U

Questions principales à se poser :

- quelles sont les propriétés que doivent posséder les préférences du décideur pour être représentables par une fonction u ayant une forme donnée.
 - Additive
 - Multiplicative
 - Etc ...
- Comment construire ces fonctions ?
- Comment estimer les paramètres intervenants dans la forme choisie ?

LA THÉORIE DE L'UTILITÉ

PRINCIPE DE LA VALEUR ESPEREE

PILE OU FACE

MISE : c FACE gagne GAIN : x

	FACE	PILE
JOUER	x - c	- c
PAS JOUER	0	0

$$Ve(\text{jouer}) = \frac{1}{2}(x - c) + \frac{1}{2}(-c) = \frac{x}{2} - c$$

JOUER SI $x > 2c$

GENERALISATION

$$ve(x) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i * x_i$$

CHOISIR L' ACTION DONT LA VALEUR ESPEREE EST MAXIMALE

LA THÉORIE DE L'UTILITÉ

PRINCIPE DE L'UTILITE ESPEREE

C' EST UNE AMELIORATION DE LA VALEUR ESPEREE

REEMPLACER UNE ECHELLE OBJECTIVE PAR UNE ECHELLE SUBJECTIVE

$$ve(x) = \sum_{i=1}^n p_i \times u(x_i)$$

LA FONCTION U REPRESENTE L'UTILITE (LA SATISFACTION, PREFERENCE ...)
DU DECIDEUR

OU

LA VALEUR D'UNE OPTION (FINANCIERE) UNE FOIS INCORPOREE L'
ATTITUDE DU DECIDEUR FACE AU RISQUE

LA THÉORIE DE L'UTILITÉ

PRINCIPE DE L'UTILITE ESPEREE

UTILITE

CE QUI IMPORTE AU DECIDEUR CE N' EST PAS LE GAIN EN LUI-MÊME MAIS L'UTILITE QU' IL PROCURE

- L'UTILITE DE GAGNER 100 EUROS N' EST PAS NECESSAIREMENT LE DOUBLE DE CELLE ASSOCIEE AU FAIT DE GAGNER 50 EUROS .
- IL APPARAÎT MOINS IMPORTANT DE GAGNER 1000 EUROS LORSQU' ON VIENT D' EN GAGNER 100 000 QUE DE GAGNER 500 EUROS LORSQU' ON VIENT D' EN GAGNER 200

LA THÉORIE DE L'UTILITÉ

PRINCIPE DE L'UTILITÉ ESPÉRÉE

MODELE PLUS GENERAL ET PLUS PLAUSIBLE : EXPLICATION (A CONDITION DE BIEN CHOISIR U) :

- DU REFUS DE PARIS FAVORABLES
- DE L'ACCEPTATION DE PARIS DÉFAVORABLES

AXIOMATISATION DU PRINCIPE DE L'UTILITÉ ESPÉRÉE (1947)

- SI LES PRÉFÉRENCES D'UN DÉCIDEUR SATISFONT UN ENSEMBLE D'AXIOMES ALORS SON COMPORTEMENT PEUT ÊTRE DÉCRIT PAR LE PRINCIPE DE L'UTILITÉ ESPÉRÉE.
- LES AXIOMES SONT FORMULÉS SUR LA BASE D'UNE RELATION PRÉFÉRENCE / INDIFFÉRENCE;

LA THÉORIE DE L'UTILITÉ

LE THEOREME DE L'UTILITE DE VON NEUMANN – MORGENSTERN MONTRE QUE SOUS LA CONDITIONS D' AXIOMES DE COMPORTEMENT RATIONNEL UN DECIDEUR PLACE FACE A DES CHOIX RISQUES SE COMPORTE COMME S' IL MAXIMISAIT LA VALEUR ESPEREE D' UNE FONCTION.

CETTE FONCTION EST LA FONCTION UTILITE DE VON NEUMANN – MORGENSTERN

PRINCIPALES CRITIQUES

- PARADOXE D' ALLAIS;
- EXPERIENCE DE TVERSKY ET KAHNEMANN
-

MAIS MODELE TRES UTILISE DANS DE NOMBREUX DOMAINES

LA THÉORIE DE L'UTILITÉ

La théorie de N/M bien qu'étant très achevée, nous laisse avec un problème de taille : comment analyser une situation décisionnelle lorsque les **probabilités ne sont pas objectives**

Comment formaliser la prise de décision en contexte d'incertitude, c'est-à-dire lorsque les probabilités ne sont pas données objectivement mais construites par le sujet et ses croyances

C'est la question à laquelle, dans la lignée de Ramsey (1926), va répondre de façon magistrale le mathématicien L.J. Savage en rédigeant son maître ouvrage :

The foundations of statistics 1954

Il introduit la notion **SUBJECTIVE EXPECTED UTILITY (SEU)**

In [decision theory](#) , **subjective expected utility** is the attractiveness of an economic opportunity as perceived by a decision-maker in the presence of [risk](#) (WIKI)

LA THÉORIE DE L'UTILITÉ

Quelques exemples :

La composante subjective de la prime de risque par l'approximation de Pratt (1964) est appelée coefficient d'aversion absolue pour le risque.

$$R^u = -\frac{u''(w_0 + E(\tilde{x}))}{u'(w_0 + E(\tilde{x}))}$$

Propriété #1 :

si $R^u > 0$ L'individu est risquophobe

si $R^u = 0$ L'individu est neutre vis à vis du risque

si $R^u < 0$ L'individu est risquophile

LA THÉORIE DE L'UTILITÉ

Les fonctions d'utilité usuelles :

La fonction d'utilité linéaire :

$$u(w) = aw + b \quad \text{avec } a > 0$$

$$\begin{aligned} u'(w) &= a \\ u''(w) &= 0 \end{aligned}$$

$$R^u = \frac{0}{a} = 0$$

L'aversion vis à vis du risque est nulle donc un agent qui aurait une fonction d'utilité linéaire est agent neutre vis à vis du risque.

LA THÉORIE DE L'UTILITÉ

La fonction d'utilité quadratique :

$$u(w) = w - \frac{\gamma}{2} w^2 \quad \text{avec } \gamma > 0 \text{ et } w < \frac{1}{\gamma}$$

$$\begin{aligned} u'(w) &= 1 - \gamma \cdot w \\ u''(w) &= -\gamma \end{aligned}$$

$$R^u = \frac{\gamma}{1 - \gamma \cdot w} > 0$$

L'aversion vis à vis du risque est positive donc un agent qui aurait une fonction d'utilité quadratique (avec $w < 1/\gamma$) est agent risquophobe. On remarque que l'aversion vis à vis du risque augmente avec la richesse.

LA THÉORIE DE L'UTILITÉ

La fonction d'utilité logarithmique

$$u(w) = \ln(w) \quad \text{avec } w > 0$$

$$u'(w) = \frac{1}{w}$$

$$u''(w) = -\frac{1}{w^2}$$

$$R^u = \frac{1}{w} > 0$$

L'aversion vis à vis du risque est positive donc un agent qui aurait une fonction d'utilité logarithmique est agent risquophobe. On remarque que l'aversion vis à vis du risque décroît avec la richesse.

LA THÉORIE DE L'UTILITÉ

La fonction d'utilité exponentielle négative :

$$u(w) = -e^{-\lambda w} \quad \text{avec } \lambda > 0$$

$$u'(w) = \lambda e^{-\lambda w}$$

$$u''(w) = -\lambda^2 e^{-\lambda w}$$

$$R^u = \lambda > 0$$

L'aversion vis à vis du risque est positive donc un agent qui aurait une fonction d'utilité exponentielle négative est agent risquophobe. On peut remarquer que l'aversion vis à vis du risque est constante quelque soit la richesse.

LA THÉORIE DE L'UTILITÉ

La fonction puissance :

$$u(w) = \frac{1}{\theta - 1} w^{1 - \frac{1}{\theta}} \quad \text{avec } \theta > 0 \text{ et } \theta \neq 1$$

$$u'(w) = \frac{1}{\theta} w^{-\frac{1}{\theta}}$$

$$u''(w) = -\frac{1}{\theta} w^{-\frac{1+\theta}{\theta}} \quad \boxed{R^u = \frac{1}{\theta \cdot w} > 0}$$

L'aversion vis à vis du risque est positive donc un agent qui aurait une fonction d'utilité de ce type est agent risquophobe. On peut remarquer que l'aversion vis à vis du risque est décroissante par rapport à la richesse.

LES PREDICTIONS ET LA THEORIE DE L' UTILITE

LA THEORIE DE L' UTILITE PERMET DE PREVOIR UN COMPORTEMENT SIMPLIFIE AU CAS D' AVERSION AU RISQUE

LA COMPLEXITE NOUS EMPECHE DE PREVOIR , LA SIMPLIFICATION NOUS AVEUGLE. Edgar Morin

**1964 : MONTEE EN PUISSANCE DE LA THEORIE DE LA DECISION .
APPLICATIONS ;**

- **ECONOMIE**
- **COMMERCIAL**

CECI EST UNE AUTRE HISTOIRE...

REFERENCES

- FIGHTS, GAMES AND DEBATES ANATOL RAPOPORT
- <http://www.lesechos.fr/idees-debats/cercle/cercle-119214-la-part-humaine-du-big-data-1068891.php>
- <https://perso.univ-rennes1.fr/thierry.penard/biblio/manueljeux.pdf>
- <http://www-sop.inria.fr/members/Eitan.Altman/PAPERS/jeux.pdf>
- <http://dhenriet.perso.centrale-marseille.fr/CourPolytechnique.pdf>
- <http://www.laviedesidees.fr/A-quoi-sert-la-theorie-des-jeux.html>
- [https://www.academia.edu/1862871/Laxiometique de
_Leonard_J._Savage](https://www.academia.edu/1862871/Laxiometique_de_Leonard_J._Savage)
- [http://www.ffsa.fr/webffsa/risques.nsf/html/Risques_49_0016.htm/\\$file/Risques_49_0016.htm](http://www.ffsa.fr/webffsa/risques.nsf/html/Risques_49_0016.htm/$file/Risques_49_0016.htm)
- <http://www.coran-en-ligne.com/Sourate-006-Al-An-am-Les-bestiaux-francais.html>
- http://www.researchgate.net/publication/44817506_La_Thorie_de_la_dcision

- <https://perso.univ-rennes1.fr/arthur.charpentier/cours-agreg-information-incertain.pdf>
- www.canal-u.tv/video/universite_toulouse_ii_le_mirail/la_sociologie_peut_elle_prevoir_edgar_morin.6099

A RETENIR

- L' APPLICATION DE MODELE DES SCIENCES PHYSIQUES (DURES) PEUT CONDUIRE A DES EXTRAPOLATIONS DANGEREUSES
- LES MODELES COMPORTEMENTAUX SONT TOUJOURS TRES SIMPLIFIES ET SPECIALISES
- LES UTILISATIONS DE MODELES SONT PRINCIPALEMENT DANS LE MONDE ECONOMIQUE ET DE LA CONSOMMATION